2022年度入学試験問題

数　　学

注 意 事 項

1. **試験開始の合図があるまで，この問題冊子の表紙と裏表紙の注意事項をよく読んでください。その際，問題冊子を開いてはいけません。**
2. この問題冊子のページ数は23ページです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 数学の問題は範囲①，範囲②及び範囲③の三つの出題範囲に分かれています。下表を参考に解答する範囲を一つだけ選択し，解答しなさい。解答に有効な範囲以外を解答した場合，その得点は無効となります。

範囲①：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B（1ページから8ページ）

範囲②：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A（9ページから16ページ）

範囲③：数学Ⅰ・数学A（17ページから23ページ）

学　　部	学　科(コース)	解答有効な範囲
工　学　部	機械工学科(機械工学コース)	**範囲①のみ**
	機械工学科(航空宇宙学コース)	**範囲①のみ**
	電気電子情報工学科	**範囲①のみ**
	応用化学科	**範囲②のみ**
創 造 工 学 部	自動車システム開発工学科	**範囲①のみ**
	ロボット・メカトロニクス学科	**範囲①のみ**
	ホームエレクトロニクス開発学科	**範囲①または範囲②**
応用バイオ科学部	応用バイオ科学科(応用バイオコース)	**範囲②のみ**
	応用バイオ科学科(生命科学コース)	**範囲②のみ**
情　報　学　部	情報工学科	**範囲①または範囲②**
	情報ネットワーク・コミュニケーション学科	**範囲①または範囲②**
	情報メディア学科	**範囲①または範囲②**
健康医療科学部	看護学科	**範囲③のみ**
	管理栄養学科	**範囲②のみ**
	臨床工学科	**範囲①または範囲②**

（注意事項は裏表紙に続く）

範囲①：数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

範囲①：数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

$\boxed{1}$ 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

(1) 平面上に 8 個の点があって，どの 3 点を選んでも同じ直線上にないとする。これら 8 個の点のうち 2 点を通る直線は全部で $\boxed{ア}$ 本ある。さらに，これら 8 個の点のうち 3 点を頂点とする三角形は全部で $\boxed{イ}$ 個ある。また，これら 8 個の点を頂点とする三角形を 2 個作るとき，2 個の三角形の頂点がすべて異なるような作り方は全部で $\boxed{ウ}$ 通りある。

(2) 自然数全体を全体集合 U とし，a を 6 でも 9 でもない自然数として U の部分集合 A，B を

$$A = \{1, 5, a + 8\},\ B = \{9, a, a + 3\}$$

とする。$A \cap B$ が 1 つの要素からなるとき，a の値を小さい方から大きい方へ並べると $\boxed{エ}$，$\boxed{オ}$ である。また，$A \cap B$ が 2 つの要素からなるとき，$a = \boxed{カ}$ であり，このとき $A \cap B = \{\boxed{キ}\}$ である。

(3)　a を 1 以上の定数として，不等式 $|2x-1| \leqq a$ を考える。$x \leqq 0$ のとき，この不等式の解を a を用いて表すと $\boxed{\text{ク}}$ である。

$x \geqq 1$ のとき，不等式 $|2x-1| \leqq a$ の解を a を用いて表すと $\boxed{\text{ケ}}$ である。

a を奇数としたとき，不等式 $|2x-1| \leqq a$ を満たす整数 x がちょうど 10 個存在するような a の値は $\boxed{\text{コ}}$ である。

(4) 放物線 $y = 2x^2 - 4x - 1$ を x 軸方向に -2，y 軸方向に 4 だけ平行移動した放物線を C_1 とする。このとき，C_1 の方程式は $y =$ $\boxed{\text{サ}}$ である。また，放物線 C_1 を x 軸方向に $\boxed{\text{シ}}$ ，y 軸方向に $\boxed{\text{ス}}$ だけ平行移動すると放物線 $C_2 : y = 2x^2 - 12x + 16$ に重なる。C_1 と C_2 の頂点を通る直線に直交し，さらに原点を通る直線の方程式は $y =$ $\boxed{\text{セ}}$ である。

2 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

(1) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_3 = 57,\ a_{n+1} = 3a_n - 2n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

このとき，$a_1 = \boxed{\text{ソ}}$ である。また，$a_{n+1} - (n+1)$ を a_n と n で表すと $\boxed{\text{タ}}$ である。よって，数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \boxed{\text{チ}}$ であるので，初項から第 n 項までの和を n を用いて表すと $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k = \boxed{\text{ツ}}$ である。

(2)　$t = 3\sin x + 4\cos x$（$0 \leqq x < 2\pi$）として，t のとりうる値の範囲を不等式で表すと $\boxed{\text{テ}}$ である。関数

$$y = 7\cos^2 x + 24\sin x\cos x + 18\sin x + 24\cos x + 9$$

を $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ を利用して，t の関数で表すと $y = \boxed{\text{ト}}$ である。よって，y の最大値は $\boxed{\text{ナ}}$ で，最小値は $\boxed{\text{ニ}}$ である。

(3)　a を 0 でない定数，b を定数とし，$f(x) = \log x$，$g(x) = \dfrac{1}{a}x^2 + b$ とする。曲線 $y = f(x)$ 上の点 $\mathrm{P}\left(e^{\frac{3}{2}},\ f\left(e^{\frac{3}{2}}\right)\right)$ における接線 l の方程式は $y = \boxed{\text{ヌ}}$ である。曲線 $y = f(x)$ と接線 l および直線 $x = 1$ で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{ネ}}$ である。曲線 $y = g(x)$ が点Pを通るとき，b を a を用いて表すと，$b = \boxed{\text{ノ}}$ であるので，曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ が点Pで共通の接線をもつとき，$g(x) = \boxed{\text{ハ}}$ になる。

3 空間において，3点 A(1，0，3)，B(7，9，0)，C(0，12，9)を頂点とする△ABC がある。頂点 C から直線 AB に垂線を下ろし，直線 AB との交点を P とする。

このとき，以下の問いに答えよ。

(1) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を成分で表せ。また，その大きさを求めよ。

(2) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{CP}}$ を成分で表せ。

(3) △ABC の面積を求めよ。

(4) 点 P を中心とし，xz 平面に接する球面の方程式を求めよ。

範囲②：数学Ⅰ・Ⅱ・A

範囲②：数学Ⅰ・Ⅱ・A

$\boxed{1}$ 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

(1) 平面上に8個の点があって，どの3点を選んでも同じ直線上にないとする。これら8個の点のうち2点を通る直線は全部で $\boxed{ア}$ 本ある。さらに，これら8個の点のうち3点を頂点とする三角形は全部で $\boxed{イ}$ 個ある。また，これら8個の点を頂点とする三角形を2個作るとき，2個の三角形の頂点がすべて異なるような作り方は全部で $\boxed{ウ}$ 通りある。

(2) 自然数全体を全体集合 U とし，a を6でも9でもない自然数として U の部分集合 A，B を

$$A = \{1, 5, a+8\},\ B = \{9, a, a+3\}$$

とする。$A \cap B$ が1つの要素からなるとき，a の値を小さい方から大きい方へ並べると $\boxed{エ}$，$\boxed{オ}$ である。また，$A \cap B$ が2つの要素からなるとき，$a = \boxed{カ}$ であり，このとき $A \cap B = \{\boxed{キ}\}$ である。

(3)　a を 1 以上の定数として，不等式 $|2x-1| \leqq a$ を考える。$x \leqq 0$ のとき，この不等式の解を a を用いて表すと $\boxed{\text{ク}}$ である。

$x \geqq 1$ のとき，不等式 $|2x-1| \leqq a$ の解を a を用いて表すと $\boxed{\text{ケ}}$ である。

a を奇数としたとき，不等式 $|2x-1| \leqq a$ を満たす整数 x がちょうど 10 個存在するような a の値は $\boxed{\text{コ}}$ である。

(4) 放物線 $y = 2x^2 - 4x - 1$ を x 軸方向に -2，y 軸方向に 4 だけ平行移動した放物線を C_1 とする。このとき，C_1 の方程式は $y =$ $\boxed{\text{サ}}$ である。また，放物線 C_1 を x 軸方向に $\boxed{\text{シ}}$ ，y 軸方向に $\boxed{\text{ス}}$ だけ平行移動すると放物線 $C_2 : y = 2x^2 - 12x + 16$ に重なる。C_1 と C_2 の頂点を通る直線に直交し，さらに原点を通る直線の方程式は $y =$ $\boxed{\text{セ}}$ である。

2　次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

(1)　不等式 $3^n < 2^{50} < 3^{n+1}$ を満たす整数 n は $\boxed{\text{ソ}}$ であり，このとき 18^n は $\boxed{\text{タ}}$ 桁(けた)の整数である。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(2)　関数 $y = \log_3 x + \log_3(18 - x)$ は $x = \boxed{\text{チ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{ツ}}$ をとる。

(3)　$t = 3\sin x + 4\cos x$（$0 \leqq x < 2\pi$）として，t のとりうる値の範囲を不等式で表すと $\boxed{\text{テ}}$ である。関数

$$y = 7\cos^2 x + 24\sin x\cos x + 18\sin x + 24\cos x + 9$$

を $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ を利用して，t の関数で表すと $y = \boxed{\text{ト}}$ である。よって，y の最大値は $\boxed{\text{ナ}}$ で，最小値は $\boxed{\text{ニ}}$ である。

(4)　a，b，c は定数とし，$f(x)=(x-1)^2+a$，$g(x)=-(x-2)^2+c$ とする。曲線 $y=f(x)$ 上の点 $\mathrm{P}(b,\ f(b))$ における接線 l の傾きを b で表すと $\boxed{\text{ヌ}}$ である。以下では，この接線 l が点$(1,\ 0)$を通るときを考える。a を b で表すと $a=\boxed{\text{ネ}}$ であり，さらに曲線 $y=g(x)$ と曲線 $y=f(x)$ が点Pで共通の接線をもつとき $b=\boxed{\text{ノ}}$ である。このとき，曲線 $y=g(x)$ と接線 l および直線 $x=1$ で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{ハ}}$ である。

3　1辺の長さが 18 cm の正方形の厚紙 A と長辺が 10 cm，短辺が 6 cm の長方形の厚紙 B がある。それぞれの厚紙について，4隅(すみ)から1辺の長さが同じ大きさの正方形を切り取り，その残りを折り曲げてふたのない箱を作る。A から切り取る正方形の1辺の長さは s cm，B から切り取る正方形の1辺の長さは t cm とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1)　正方形の厚紙 A から作る箱の容積を V cm^3 とする。V を s を用いて表せ。

(2)　(1)の V に対して，V が最大となる s の値とそのときの V の値を求めよ。

(3)　長方形の厚紙 B から作る箱の容積を W cm^3 とする。W が最大となる t の値を求めよ。

(4)　厚紙 A，B から同じ大きさの正方形を切り取るとする。この切り取る正方形の1辺を x cm とするとき，厚紙 A から作る箱と厚紙 B から作る箱の容積の和を最大とする x の値を求めよ。

範囲③：数学Ⅰ・A

範囲③：数学Ⅰ・A

1 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

(1) 平面上に8個の点があって，どの3点を選んでも同じ直線上にないとする。これら8個の点のうち2点を通る直線は全部で $\boxed{ア}$ 本ある。さらに，これら8個の点のうち3点を頂点とする三角形は全部で $\boxed{イ}$ 個ある。また，これら8個の点を頂点とする三角形を2個作るとき，2個の三角形の頂点がすべて異なるような作り方は全部で $\boxed{ウ}$ 通りある。

(2) 自然数全体を全体集合 U とし，a を6でも9でもない自然数として U の部分集合 A，B を

$$A = \{1, 5, a + 8\},\ B = \{9, a, a + 3\}$$

とする。$A \cap B$ が1つの要素からなるとき，a の値を小さい方から大きい方へ並べると $\boxed{エ}$，$\boxed{オ}$ である。また，$A \cap B$ が2つの要素からなるとき，$a = \boxed{カ}$ であり，このとき $A \cap B = \{\boxed{キ}\}$ である。

(3)　a を1以上の定数として，不等式 $|2x-1| \leqq a$ を考える。$x \leqq 0$ のとき，この不等式の解を a を用いて表すと $\boxed{\text{ク}}$ である。

$x \geqq 1$ のとき，不等式 $|2x-1| \leqq a$ の解を a を用いて表すと $\boxed{\text{ケ}}$ である。

a を奇数としたとき，不等式 $|2x-1| \leqq a$ を満たす整数 x がちょうど10個存在するような a の値は $\boxed{\text{コ}}$ である。

(4)　放物線 $y = 2x^2 - 4x - 1$ を x 軸方向に -2，y 軸方向に 4 だけ平行移動した放物線を C_1 とする。このとき，C_1 の方程式は $y =$ $\boxed{\text{サ}}$ である。また，放物線 C_1 を x 軸方向に $\boxed{\text{シ}}$ ，y 軸方向に $\boxed{\text{ス}}$ だけ平行移動すると放物線 $C_2 : y = 2x^2 - 12x + 16$ に重なる。C_1 と C_2 の頂点を通る直線に直交し，さらに原点を通る直線の方程式は $y =$ $\boxed{\text{セ}}$ である。

$\boxed{2}$ 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

(1) 2から35までのすべての自然数の積を N としたとき，N を素因数分解すると

$$N = 2^a\,3^b\,5^c\,7^d\,11^e\,13^f\,17^g\,19^h\,23^i\,29^j\,31^k$$

と表せる。このとき，a，b，c，d，e，f，g，h，i，j，k のうち，値が1であるものは $\boxed{\text{ソ}}$ 個ある。また，$a = \boxed{\text{タ}}$，$b = \boxed{\text{チ}}$ である。N の末尾には連続して $\boxed{\text{ツ}}$ 個の0が並ぶ。

(2) 袋には赤玉３個，白玉２個が入っている。袋から１個の玉を取り出す。白玉を取り出したときは袋に戻し，よくかき混ぜる。赤玉を取り出したときは袋に戻さない。このようにして玉を１個ずつ続けて取り出す。このとき，３回目で赤玉を初めて取り出す確率は $\boxed{テ}$ である。また，３回目で赤玉を取り出す確率は $\boxed{ト}$ である。３回目までで赤玉をすべて取り出す確率は $\boxed{ナ}$ である。また，２回目と４回目に赤玉を取り出す確率は $\boxed{ニ}$ である。

(3)　2つの変量 x，y のデータ

x	18	13	13	15	11	18	23	20	25	24
y	61	31	41	51	61	56	62	111	65	71

について，x のデータの平均値は $\bar{x} = \boxed{\text{ヌ}}$ であり，y のデータの平均値は $\bar{y} = \boxed{\text{ネ}}$ である。また，x のデータの分散は $\boxed{\text{ノ}}$ であり，y のデータの分散は $\boxed{\text{ハ}}$ である。x と y との共分散は $\boxed{\text{ヒ}}$ である。さらに，x と y との相関係数の値を r とすると $r^2 = \boxed{\text{フ}}$ である。ただし，r^2 は小数第3位を四捨五入して，小数第2位まで求めよ。

スーパーサイエンス特別専攻を受験する者の解答有効な範囲は下表の通りです。なお，解答有効な範囲以外を解答した場合，その得点は無効となります。

スーパーサイエンス特別専攻	解答有効な範囲
電気電子特別専攻	**範囲①のみ**
医生命科学特別専攻	**範囲②のみ**
ICT スペシャリスト特別専攻	**範囲①または範囲②**
次世代自動車開発特別専攻	**範囲①のみ**
ロボットクリエータ特別専攻	**範囲①のみ**
機械工学特別専攻	**範囲①のみ**

5. 解答用紙は，範囲①と範囲②の共通の解答欄と範囲③の解答欄が表と裏になっています。
6. 解答開始後，解答用紙の表面と裏面を確認し，自分が受験する学科が有効とする範囲に対応した解答用紙面の範囲選択欄に〇印を記入し，受験番号欄には受験番号，氏名欄には氏名を記入しなさい。
7. $\boxed{1}$ · $\boxed{2}$ の解答は解答用紙の該当箇所に答えのみを記入し，$\boxed{3}$（範囲①及び範囲②のみ）の解答は答えだけでなく，解答の途中経過がわかるように記入しなさい。
8. 問題冊子の余白等は自由に利用してかまいません。
9. 解答用紙を持ち出してはいけません。
10. 試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

2022年度入学試験

数学解答用紙

氏名	

☆ **範囲①**：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B
範囲②：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A

注：この面は範囲①・範囲②の共通解答欄です。範囲③の解答欄はこの面の裏にあります。

1

ア	イ	ウ	エ	オ	カ
28	56	280	2	5	1

キ	ク	ケ	コ
$1,9$	$\frac{1-a}{2} \leqq x \ (\leqq 0)$	$(1 \leqq)\, x \leqq \frac{a+1}{2}$	9

サ	シ	ス	セ
$2x^2+4x+3$	4	-3	$\frac{4}{3}x$

2

ソ	タ	チ	ツ
7	$3a_n-3n$	$2\times 3^n+n$	$3^{n+1}-3+\frac{n(n+1)}{2}$

テ	ト	ナ	ニ
$-5 \leqq t \leqq 5$	t^2+6t	55	-9

ヌ	ネ	ノ	ハ
$e^{-\frac{3}{2}}x+\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}}-\frac{1}{2}e^{-\frac{3}{2}}-\frac{3}{2}$	$-\frac{e^3}{a}+\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}e^{-3}x^2+1$

3 解答は答えだけではなく，途中経過がわかるように記入しなさい。

(1) $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=(6,9,-3)$ より $|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{6^2+9^2+(-3)^2}=\sqrt{126}=3\sqrt{14}$.

(2) $\overrightarrow{CP}=t\overrightarrow{CA}+(1-t)\overrightarrow{CB}$ とすると $\overrightarrow{CP}=t(1,-12,-6)+(1-t)(7,-3,-9)$

$$=(-6t+7,-9t-3,3t-9)$$

$\overrightarrow{CP}\perp\overrightarrow{AB}$ より $\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{AB}=6(-6t+7)+9(-9t-3)-3(3t-9)=-126t+42=0$

よって $t=\frac{42}{126}=\frac{1}{3}$ である. 従って $\overrightarrow{CP}=(5,-6,-8)$

(3) $|\overrightarrow{CP}|=\sqrt{5^2+(-6)^2+(-8)^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$ よって

$$\triangle ABC=3\sqrt{14}\times 5\sqrt{5}\times\frac{1}{2}=\frac{15\sqrt{70}}{2}$$

(4) $\overrightarrow{CP}=(5,-6,-8)$ より 点Pの座標は $(5,6,1)$ である

よって xz平面 $(y=0)$ に接する球面の方程式は

$$(x-5)^2+(y-6)^2+(z-1)^2=6^2$$

である.

範囲選択欄	①	②

受験番号		得点	①	②

2022年度入学試験

数学解答用紙

氏名	

範囲①：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B

範囲②：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A

注：この面は範囲①・範囲②の共通解答欄です。範囲③の解答欄はこの面の裏にあります。

1

ア	イ	ウ	エ	オ	カ
28	56	280	2	5	1

キ	ク	ケ	コ
1, 9	$\frac{1-a}{2} \leqq x$ $(\leqq 0)$	$(1\leqq)$ $x \leqq \frac{a+1}{2}$	9

サ	シ	ス	セ
$2x^2+4x+3$	4	-3	$\frac{4}{3}x$

2

ソ	タ	チ	ツ
31	39	9	4

テ	ト	ナ	ニ
$-5 \leqq t \leqq 5$	t^2+6t	55	-9

ヌ	ネ	ノ	ハ
$2b-2$	b^2-2b+1	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{24}$

3 解答は答えだけではなく，途中経過がわかるように記入しなさい。

(1) $V=(18-2s)^2\times s = 4s^3-72s^2+324s$

(2) $\frac{dV}{ds} = 12s^2-144s+324 = 12(s-9)(s-3)$

明らかに $0<s<9$ なので この範囲の増減表を考えると

s	0	…	3	…	9
V'		+	0	−	0
V		↗		↘	

よって $s=3$のとき最大値をとり

$V=(18-6)^2\times 3 = 432$

(3) $W=(10-2t)(6-2t)t = 4t^3-32t^2+60t$ $(0<t<3)$

$\frac{dW}{dt} = 12t^2-64t+60 = 4(3t^2-16t+15)$

$\frac{dW}{dt}=0$ となる t は $t=\frac{8\pm\sqrt{19}}{3}$ で $0<t<3$にあるのは $\frac{8-\sqrt{19}}{3}$ のみである.

t	0	…	$\frac{8-\sqrt{19}}{3}$	…	3
W'		+		−	
W		↗		↘	

よって $t=\frac{8-\sqrt{19}}{3}$ のとき最大となる

(4) 容積の和は $8x^3-104x^2+384x$ $(0<x<3)$ で導関数を求めると

$24x^2-208x+384 = 8(x-6)(3x-8)$ である。

x	0	…	$\frac{8}{3}$	…	3
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$		↗		↘	

よって $x=\frac{8}{3}$ のとき最大となる.

範囲選択欄	①	②	受験番号		得点	①	②

2022年度入学試験

数学解答用紙

範囲③：数学Ⅰ・数学A

氏名	

注：この面は範囲③の解答欄です。範囲①・範囲②の共通解答欄はこの面の裏にあります。

1

ア	イ	ウ	エ	オ	カ
28	56	280	2	5	1

キ	ク	ケ	コ
1, 9	$\frac{1-a}{2} \leqq x \ (\leqq 0)$	$(1 \leqq)\ x \leqq \frac{a+1}{2}$	9

サ	シ	ス	セ
$2x^2+4x+3$	4	-3	$\frac{4}{3}x$

2

ソ	タ	チ	ツ
4	32	15	8

テ	ト	ナ	ニ	ヌ
$\frac{12}{125}$	$\frac{233}{500}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{6}$	18

ネ	ノ	ハ	ヒ	フ
61	22.2	404.2	47.3	0.25

範囲選択欄	③

受験番号		得点	③

A1