

2020 年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子のページ数は 18 ページです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 数学の問題は範囲①、範囲②及び範囲③の三つの出題範囲に分かれています。下表を参考に解答する範囲を一つだけ選択し、解答しなさい。解答に有効な範囲以外を解答した場合、その得点は無効となります。

範囲①：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B(1ページから6ページ)

範囲②：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A(7ページから12ページ)

範囲③：数学Ⅰ・数学A(13ページから18ページ)

学 部	学 科(専攻, コース)	解答有効な範囲
工 学 部	機械工学科(航空宇宙学専攻を除く)	範囲①のみ
	機械工学科(航空宇宙学専攻)	範囲①のみ
	電気電子情報工学科	範囲①のみ
	応用化学科	範囲②のみ
創 造 工 学 部	自動車システム開発工学科	範囲①のみ
	ロボット・メカトロニクス学科	範囲①のみ
	ホームエレクトロニクス開発学科	範囲①または範囲②
応用バイオ科学部	応用バイオ科学科(応用バイオコース)	範囲②のみ
	応用バイオ科学科(生命科学コース)	範囲②のみ
情 報 学 部	情報工学科	範囲①または範囲②
	情報ネットワーク・コミュニケーション学科	範囲①または範囲②
	情報メディア学科	範囲①または範囲②
健康医療科学部	看護学科	範囲③のみ
	管理栄養学科	範囲②のみ
	臨床工学科	範囲①または範囲②

(注意事項は裏表紙に続く)

範圍①：数学 I · II · III · A · B

範囲①：数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

1 次の にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

- (1) m を定数とし、放物線 $y = x^2 - mx + m^2 + 2m + 1$ を C とする。 C の頂点の座標は (ア , イ) であるから、 C と x 軸が 2 個の共有点をもつときの m の値の範囲は ウ である。このとき、2 個の共有点の距離を d とすると、 $d =$ エ である。よって、 $d^2 = \frac{2}{3}$ となるときの m の値を小さい方から大きい方へ並べると、 $m =$ オ , カ である。

- (2) 円に内接する四角形 $ABCD$ において、 $AB = 4$, $BC = 6$, $CD = 3$,
 $\cos \angle ABC = \frac{1}{3}$ であるとする。このとき、 $AC =$ キ であるから、円の半径は ク である。また、 $\cos \angle CDA =$ ケ である。よって、 $DA =$ コ である。

範囲①：数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

- (3) 7人の生徒が輪の形に並ぶときの並び方は全部で 通りある。この7人の生徒の中に1年生が3人、2年生と3年生が2人ずついるとすると、2人の3年生が隣り合う並び方は 通りあり、3人の1年生のどの2人も隣り合わない並び方は 通りある。
- (4) 1本150円のボールペンと、1本80円の鉛筆を合わせて50本購入する。合計金額が5,000円以下になるようにするとき、ボールペンは最大で 本購入することができる。また、合計金額の中でボールペンの金額が占める割合が40%以上、60%以下になるようにするとき、ボールペンは最大で 本、最小で 本購入することができる。

範囲①：数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

2 次の にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。なお、同一の問題文中に など2度以上現れる場合、2度目以降は、 のように細字で表記してある。

- (1) A と B の2人で次のようなゲームを行う。1枚のコインを1回投げごとに、表が出れば A が1点、 B は0点、裏が出れば A は0点、 B は1点を獲得する。コインを何回か投げていき、 A 、 B の一方の合計獲得点数が他方の合計獲得点数より2点多くなった時点で、2点多い方が勝ちとなり、ゲームは終わる。コインを投げる回数が n 回以下でゲームが終わる確率を p_n とする。このとき、 $p_2 =$, $p_3 =$ である。

コインを4回投げたときにゲームが終わる場合を考えると、 A が勝つ場合は、コインを2回投げたときまでは A と B は同点であり、3回目と4回目を続けて A が点を獲得する場合である。 B が勝つ場合も同様に考え、コインを4回投げるよりも前にゲームが終わる確率も合わせれば、 $p_4 =$ であることがわかる。

一般に、 $n \geq 2$ の場合を考える。 n が偶数のときは、 $n = 2m$ とおいて $p_{2m} = q_m$ とおく。 $q_{m+1} - q_m$ を q_m を用いて表すと $q_{m+1} - q_m =$ となる。したがって、 p_{2m} を m の式で表すと、 $p_{2m} = q_m =$ となる。 n が奇数のときは、 $n = 2m + 1$ とおいて p_{2m+1} を m の式で表すと、 $p_{2m+1} =$ となる。

範囲①：数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

- (2) $f(x) = xe^{\frac{1}{2}x}$ とする。 $f'(x) = \boxed{\text{ヌ}}$ であるから、 $f(x)$ は $x = \boxed{\text{ネ}}$ において極値をとる。また、 $f(x)$ の不定積分は

$$\int f(x) dx = \boxed{\text{ノ}} + C \quad (C \text{ は積分定数})$$

である。よって、曲線 $y = f(x)$ と x 軸および直線 $x = \boxed{\text{ネ}}$ で囲まれた図形の面積は $\boxed{\text{ハ}}$ である。さらに、この図形を x 軸のまわりに1回転してできる回転体の体積は $\boxed{\text{ヒ}}$ である。

範囲①：数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

3 曲線 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 上の点 $P\left(t, \frac{1}{t}\right)$ における接線を l 、法線を m とする。接線 l と y 軸との交点を Q 、法線 m と y 軸との交点を R とし、 R を通り、 x 軸と平行な直線と接線 l との交点を S とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 接線 l の方程式を t を用いて表せ。
- (2) 法線 m の方程式を t を用いて表せ。
- (3) $\triangle PQR$ の面積を t を用いて表せ。
- (4) $\triangle PQR$ と $\triangle PRS$ の面積が等しくなるときの t の値を求めよ。

範圍②：数学 I · II · A

範囲②：数学Ⅰ・Ⅱ・A

1 次の にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

- (1) m を定数とし、放物線 $y = x^2 - mx + m^2 + 2m + 1$ を C とする。 C の頂点の座標は (ア , イ) であるから、 C と x 軸が 2 個の共有点をもつときの m の値の範囲は ウ である。このとき、2 個の共有点の距離を d とすると、 $d =$ エ である。よって、 $d^2 = \frac{2}{3}$ となるときの m の値を小さい方から大きい方へ並べると、 $m =$ オ , カ である。

- (2) 円に内接する四角形 ABCD において、 $AB = 4$ 、 $BC = 6$ 、 $CD = 3$ 、

$\cos \angle ABC = \frac{1}{3}$ であるとする。このとき、 $AC =$ キ であるから、円の半径は ク である。また、 $\cos \angle CDA =$ ケ である。よって、 $DA =$ コ である。

範囲②：数学Ⅰ・Ⅱ・A

- (3) 7人の生徒が輪の形に並ぶときの並び方は全部で 通りある。この7人の生徒の中に1年生が3人、2年生と3年生が2人ずついるとすると、2人の3年生が隣り合う並び方は 通りあり、3人の1年生のどの2人も隣り合わない並び方は 通りある。
- (4) 1本150円のボールペンと、1本80円の鉛筆を合わせて50本購入する。合計金額が5,000円以下になるようにするとき、ボールペンは最大で 本購入することができる。また、合計金額の中でボールペンの金額が占める割合が40%以上、60%以下になるようにするとき、ボールペンは最大で 本、最小で 本購入することができる。

範囲②：数学Ⅰ・Ⅱ・A

2 次の にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。なお、同一の問題文中に などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 のように細字で表記してある。

- (1) 直線 $y = x + 3$ 上に中心があり、 x 軸に接する円 C がある。 C の中心の x 座標を t とするとき、 C の方程式を t を用いて表すと となる。 C と y 軸の共有点が2個あるときの t の値の範囲は である。このとき、さらに、 C が y 軸から切り取る線分の長さが10となるのは、 $t =$ のときである。

範囲②：数学Ⅰ・Ⅱ・A

(2) $f(x) = (\log_2 x)^3 - 36(\log_4 x)^2 - 15 \log_{\frac{1}{2}} x + 74$ とする。 $\log_2 x = t$ とおいて $f(x)$ を t の式で表すと、 となる。 $g(t) =$ とおくと $g'(t) =$ であるから、 $f(x)$ は $x =$ のとき極大になり、 $x =$ のとき極小になる。また、方程式 $f(x) = 0$ の解は $x =$ である。

注意) 範囲②に , , はありません。
解答用紙の , , の欄には
何も記入しないでください。

範囲②：数学Ⅰ・Ⅱ・A

3 p, q を定数とすると、関数 $f(x) = \frac{1}{2}(x-p)^2 + q - |x^2 - 1|$ について

次の問いに答えよ。

- (1) $p = 0, q = 2$ のとき、関数 $y = f(x)$ のグラフをかけ。
- (2) $p = 0, q = 2$ のとき、曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。
- (3) $p = 0$ のとき、方程式 $f(x) = 0$ が異なる 4 個の解をもつような q の値の範囲を求めよ。
- (4) $q = 0$ のとき、方程式 $f(x) = 0$ が異なる 4 個の解をもつような p の値の範囲を求めよ。

範圍③：数学 I · A

範囲③：数学 I ・ A

1 次の にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

- (1) m を定数とし、放物線 $y = x^2 - mx + m^2 + 2m + 1$ を C とする。 C の頂点の座標は (ア , イ) であるから、 C と x 軸が 2 個の共有点をもつときの m の値の範囲は ウ である。このとき、2 個の共有点の距離を d とすると、 $d =$ エ である。よって、 $d^2 = \frac{2}{3}$ となるときの m の値を小さい方から大きい方へ並べると、 $m =$ オ , カ である。

- (2) 円に内接する四角形 ABCD において、 $AB = 4$, $BC = 6$, $CD = 3$,
 $\cos \angle ABC = \frac{1}{3}$ であるとする。このとき、 $AC =$ キ であるから、円の半径は ク である。また、 $\cos \angle CDA =$ ケ である。よって、 $DA =$ コ である。

範囲③：数学Ⅰ・A

- (3) 7人の生徒が輪の形に並ぶときの並び方は全部で 通りある。この7人の生徒の中に1年生が3人、2年生と3年生が2人ずついるとすると、2人の3年生が隣り合う並び方は 通りあり、3人の1年生のどの2人も隣り合わない並び方は 通りある。
- (4) 1本150円のボールペンと、1本80円の鉛筆を合わせて50本購入する。合計金額が5,000円以下になるようにするときは、ボールペンは最大で 本購入することができる。また、合計金額の中でボールペンの金額が占める割合が40%以上、60%以下になるようにするときは、ボールペンは最大で 本、最小で 本購入することができる。

範囲③：数学Ⅰ・A

2 次の にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

(1) 20人の生徒に対して10点満点のテストを行った結果が次のようになった。

得点	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
人数	0	0	0	0	2	2	3	6	5	2	0

このとき、得点の平均値は チ 点である。その後、採点を見直した結果、得点が7点であった生徒のうち3人の得点が1点もしくは2点高くなった。得点の修正後の平均値が修正前よりも0.2点高くなったとすると、修正後には、得点が8点の生徒の人数は ツ 人になり、得点が9点の生徒の人数は テ 人になる。よって、修正後の得点の中央値は ト 点、最頻値は ナ 点、分散は ニ となる。

範囲③：数学 I ・ A

(2) $\frac{1}{\sqrt{21} - \sqrt{19}}$ の分母を有理化すると となる。よって、 $\frac{1}{\sqrt{21} - \sqrt{19}}$ の整数部分は である。

(3) 半径 2 の円 C と半径 1 の円 C' が点 P において外接している。点 Q を、円 C の周上の P と異なる点とし、 Q における C の接線が円 C' と点 Q' で接しているとする。このとき、 $QQ' =$ である。また、円 C と円 C' の点 P における共通接線を l とし、 l と接線 QQ' の交点を R とすると、 $QR =$ である。さらに、 C の中心と Q を通る直線と接線 l の交点を S とすると、 $QS =$ である。

範囲③：数学Ⅰ・A

(4) 工場で、ある製品が良品であるか不良品であるかを調べるために2回の異なる試験を行う。この2回の試験はいずれも良品である製品を不良品であると判定することはないが、不良品である製品を良品と判定することがあるという。

1回目の試験において、試験を受けた製品の30%が不良品と判定されたが、良品と判定された製品のうち、10%が実際には不良品であったという。このとき、試験を受けた製品のうち、実際には不良品である割合は % である。

また、1回目の試験において良品と判定された製品に対して、1回目とは異なる2回目の試験を行ったところ、2回目の試験を受けた製品のうち6%が不良品と判定された。このとき、実際には不良品である製品が2回の試験においていずれも良品と判定されてしまう割合は % である。

スーパーサイエンス特別専攻を受験する者の解答有効な範囲は下表の通りです。なお、解答有効な範囲以外を解答した場合、その得点は無効となります。

スーパーサイエンス特別専攻	解答有効な範囲
電気電子特別専攻	範囲①のみ
医生命科学特別専攻	範囲②のみ
ICT スペシャリスト特別専攻	範囲①または範囲②
次世代自動車開発特別専攻	範囲①のみ
ロボットクリエイター特別専攻	範囲①のみ
機械工学特別専攻	範囲①のみ

5. 解答用紙は、範囲①と範囲②の共通の解答欄と範囲③の解答欄が表と裏になっています。
6. 解答開始後、解答用紙の表面と裏面を確認し、自分が受験する学科が有効とする範囲に対応した解答用紙面の範囲選択欄に○印を記入し、受験番号欄には受験番号、氏名欄には氏名を記入しなさい。
7. **1**・**2** の解答は解答用紙の該当箇所に答えのみを記入し、**3** (範囲①及び範囲②のみ)の解答は答えだけでなく、解答の途中経過がわかるように記入しなさい。
8. 問題冊子の余白等は自由に利用してかまいません。
9. 解答用紙を持ち出してはいけません。
10. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

氏名	
----	--

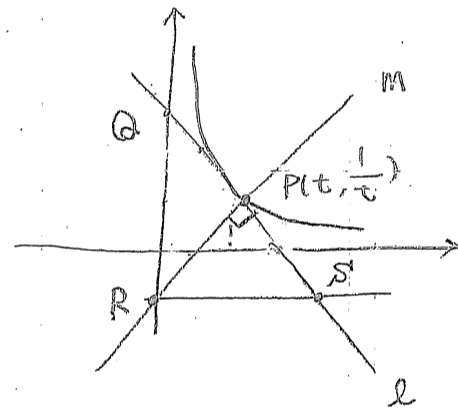
範囲①：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B

1	ア $\frac{m}{2}$	イ $\frac{3}{4}m^2 + 2m + 1$	ウ $-2 < m < -\frac{2}{3}$	エ $\sqrt{-3m^2 - 8m - 4}$
	オ $\frac{-4 - \sqrt{2}}{3}$	カ $\frac{-4 + \sqrt{2}}{3}$	キ 6	ク $\frac{9\sqrt{2}}{4}$
	ケ $-\frac{1}{3}$	コ $2\sqrt{7} - 1$	サ 720	シ 240
	ス 44	セ 14	ソ 22	タ 14
2	チ $\frac{1}{2}$	ツ $\frac{1}{2}$	テ $\frac{3}{4}$	
	ト $\frac{1}{2}(1 - 9m)$	ナ $1 - \frac{1}{2m}$	ニ $1 - \frac{1}{2^m}$	ノ $(1 + \frac{1}{2}x)e^{\frac{1}{2}x}$
	ネ -2	ハ $(2x - 4)e^{\frac{1}{2}x}$	ヒ $4 - \frac{8}{e}$	ヘ $2\pi(1 - \frac{5}{e^2})$

3 (1) $y = \frac{1}{x}$ より, $y' = -\frac{1}{x^2}$ および点 $P(t, \frac{1}{t})$ における接線の方程式は,
 $y - \frac{1}{t} = -\frac{1}{t^2}(x - t)$ $\therefore y = -\frac{1}{t^2}x + \frac{2}{t}$

(2) 法線 m の傾きは t^2 だから, m の方程式は
 $y - \frac{1}{t} = t^2(x - t)$ $\therefore y = t^2x - t^3 + \frac{1}{t}$

(3) $Q(0, \frac{2}{t})$, $R(-t^3 + \frac{1}{t})$ より, $\triangle PQR$ の面積は
 $\frac{1}{2} RQ \cdot (P \text{ の } x \text{ 座標}) = \frac{1}{2} (\frac{2}{t} - (-t^3 + \frac{1}{t})) t = \frac{1}{2} (t^4 + 1)$



(4) 点 S の x 座標は, $0 = t^3 + \frac{1}{t} = -\frac{1}{t^2}x + \frac{2}{t}$ より $x = t^5 + t$

よって $\triangle PRS$ の面積は
 $\frac{1}{2} (t^5 + t) (\frac{1}{t} - (-t^3 + \frac{1}{t})) = \frac{1}{2} t^4 (t^4 + 1)$

よって $\frac{1}{2} (t^4 + 1) = \frac{1}{2} t^4 (t^4 + 1)$ $\therefore t^8 = t^4$ $t > 0$ より, $t = 1$

範囲 選択欄	①	②

受験 番号		得点	①	②

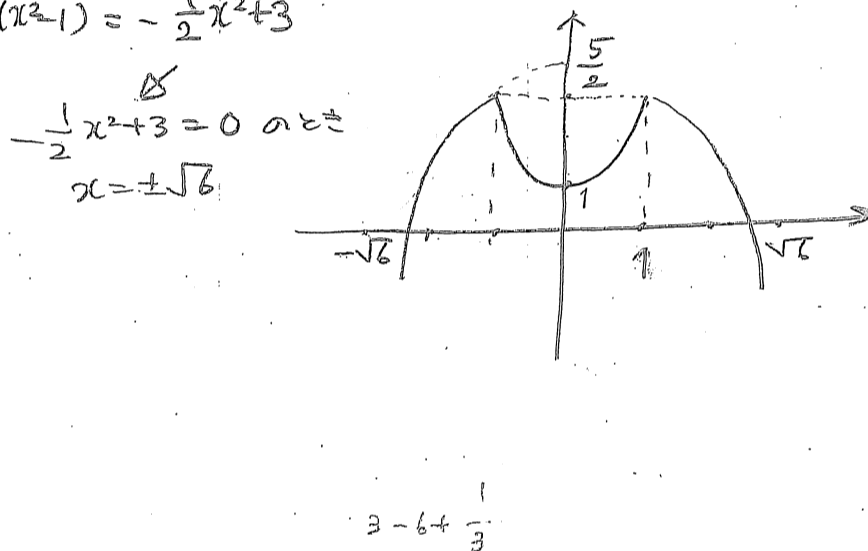
氏名	
----	--

範囲②：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A

1	ア $\frac{m}{2}$	イ $\frac{3}{4}m^2+2m+1$	ウ $-2 < m < -\frac{2}{3}$	エ $\sqrt{-3m^2-8m-4}$
	オ $\frac{-4-\sqrt{2}}{3}$	カ $\frac{-4+\sqrt{2}}{3}$	キ 6	ク $\frac{9\sqrt{2}}{4}$
	ク $-\frac{1}{3}$	コ $2\sqrt{7}-1$	サ 720	シ 240
	ス 144	セ 14	ソ 22	タ 14
2	チ $(x-t)^2+(y-t-3)^2=(t+3)^2$	ツ $t > -\frac{3}{2}$	テ $\frac{8}{3}$	
	ト $t^3-9t^2+15t+74$	ナ $3t^2-18t+15$	ニ 2	ハ 32
	ネ $\frac{1}{4}$	ホ	ヒ	

3 (1) $p=0, q=2$ のとき $|x| \geq 1$ なら $f(x) = \frac{1}{2}x^2+2-(x^2-1) = -\frac{1}{2}x^2+3$
 $|x| < 1$ なら $y = \frac{1}{2}x^2+2-(-(x^2-1)) = \frac{3}{2}x^2+1$

(2) $2 \int_0^1 (\frac{3}{2}x^2+1) dx + 2 \int_1^{\sqrt{6}} (-\frac{1}{2}x^2+3) dx$
 $= 2 [\frac{x^3}{2}+x]_0^1 + 2 [-\frac{1}{6}x^3+3x]_1^{\sqrt{6}}$
 $= 3 + 2(-\sqrt{6}+3\sqrt{6}+\frac{1}{6}-3) = 4\sqrt{6}-\frac{8}{3}$



(3) 方程式 $f(x)=0$ が 4 個の異なる解をもつとは 曲線 $y=f(x)$ が x 軸と異なる 4 個の交点をもつことである

$p=0$ とすると, $|x| \geq 1$ のとき $f(x) = \frac{1}{2}x^2+q-x^2+1 = -\frac{1}{2}x^2+q+1 = -\frac{1}{2}x^2+3+(q-2)$
 $|x| < 1$ のとき, $y = \frac{3}{2}x^2+q-1 = \frac{3}{2}x^2+1+(q-2)$

よって曲線 $y=f(x)$ は (1) の曲線を y 軸方向に $q-2$ だけ平行移動したものである

$f(\pm 1) > 0$ かつ $f(0) < 0$ であるならば $-\frac{1}{2} < q < 1$

(4) $q=0$ とすると, $|x| \geq 1$ のとき, $f(x) = -\frac{1}{2}x^2-px+\frac{p^2}{2}+1 = -\frac{1}{2}(x+p)^2+p^2+1$
 $|x| < 1$ のとき, $y = \frac{3}{2}x^2-px+\frac{p^2}{2}-1 = \frac{3}{2}(x-\frac{p}{3})^2+\frac{p^2}{3}-1$

方程式 $f(x)=0$ が異なる 4 個の解をもつのは, $f(x)=0$ が $|x| > 1$ のときと $|x| < 1$ のときにそれぞれ 2 個の解をもつときである

よって, $f(\pm 1) > 0$ かつ $|x| < 1$ において $f(x)$ は負の極小値をもつときである

$\frac{1}{2}(p+1)^2 > 0, -1 < \frac{p}{3} < 1, \frac{p^2}{3}-1 < 0 \iff \frac{1}{3}(p^2-3) < 0$

$\therefore -\sqrt{3} < p < \sqrt{3}, p \neq \pm 1$

範囲選択欄	①	②
-------	---	---

受験番号		得点	①	②
------	--	----	---	---

氏名	
----	--

1	ア $\frac{m}{2}$	イ $\frac{3}{4}m^2+2m+1$	ウ $-2 < m < -\frac{2}{3}$	エ $\sqrt{-3m^2-8m-4}$			
	オ $\frac{-4-\sqrt{2}}{3}$	カ $\frac{-4+\sqrt{2}}{3}$	キ 6	ク $\frac{9\sqrt{2}}{4}$	ケ $-\frac{1}{3}$		
	コ $2\sqrt{7}-1$	サ 720	シ 240	ス 44	セ 14	ソ 22	タ 14
2	チ 6.8		ツ 7		テ 3		ト 7.5
	ナ 8		ニ 2.4		ノ $\frac{\sqrt{21}+\sqrt{19}}{2}$		ネ 4
	ハ $2\sqrt{2}$	ヒ $\sqrt{2}$	ホ 4	ヘ 37		ヘ 2.8	

範囲 選択欄	③
-----------	---

受験番号		得点	③
------	--	----	---